(77336) מעבדה בפיזיקה ב 2 | ניסוי תנועה בראונית

שמות: שקד סוקניק וניר כהן

17 ביוני 2026

מטרת הניסוי

מטרת הניסוי הייתה לחקור תנועה בראונית, ואת נוסחת מקדם הדיפוזיה. לצורך כך, ניתן לבחון חלקיקים שמשוער שנעים בתנועה בראונית, ולבדוק מה ממוצע ריבוע ההעתק שלהם לאורך זמן.

המשוואה לממוצע ריבוע ההעתק של חלקיק הנע בתנועה בראונית דו ממדית כתלות בזמן היא

$$\left\langle r^2 \right\rangle (t) = 4Dt \tag{1}$$

כאשר מפתחים אותה ממשוואת לנגווין והנחה שהכוח רנדומלי והתוחלת מתאפסת. מקדם הדיפוזיה D הוא

$$D = \frac{k_b T}{6\pi\eta a} \tag{2}$$

η מקדם צמיגות הנוזל, T הטמפרטורה, k_b קבוע בולצמן וa רדיוס החלקיק.

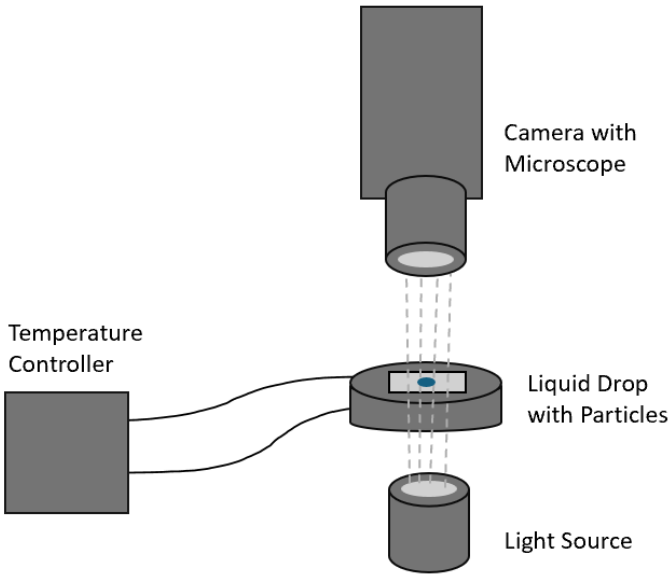
מפתחים אותו בעזרת חוק סטוקס ויחס איינשטיין.

בפרט בניסוי שלנו, בחנו תנועת חלקיקים כדוריים בנוזל וכיצד נראה ממוצע ריבוע ההעתק שלהם לאורך זמן. בדקנו אם גרף זה לינארי כפי שמצופה מהמשוואות, והאם השיפוע מקיים את משוואת מקדם הדיפוזיה. בעזרת חלקיקים בגדלים שונים בדקנו את תלות מקדם הדיפוזיה ברדיוס החלקיק a, ובעזרת שליטה בטמפרטורה בדקנו את התלות בה, בין אם הקשר המיידי מT או מההשפעה העקיפה דרך צמיגות הנוזל η. בנוסף, חילצנו את קבוע בולצמן מתוך ההתאמות.

לצורך הניתוח נעזרנו בהנחה הארגודית הטוענת כי ממוצע בזמן של פרמטר סטטיסטי של חלקיק לאורך זמן רב שקול לממוצע הפרמטר בין של אוסף של חלקיקים רבים. הנחה זאת מאפשרת להסיק מדגימה ארוכה של חלקיק אחד על התנהגות המערכת.

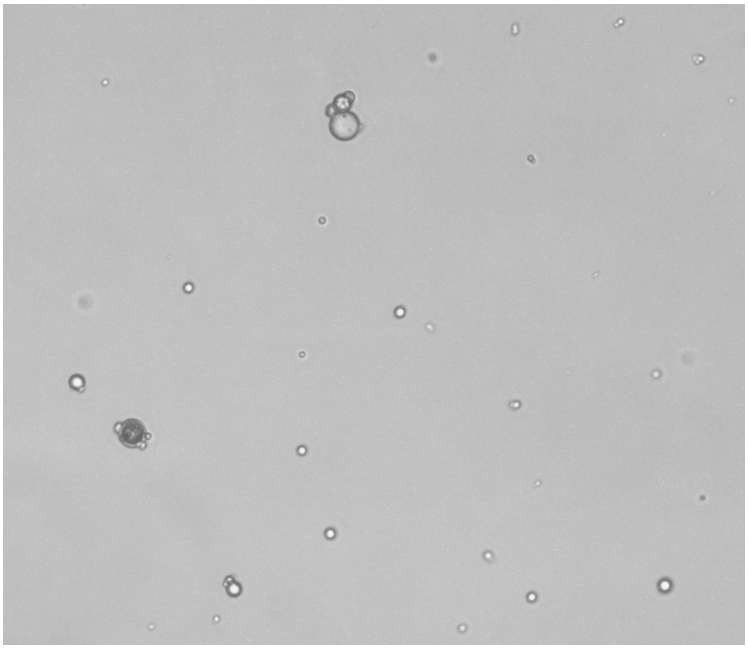
מערכת הניסוי ועיבוד נתונים

מערכת הניסוי התבססה על מיקרוסקופ אופטי שאליו קושרה מצלמה דיגיטלית מהירה. על גבי זכוכית הנושא של המיקרוסקופ הונחה טיפה המכילה תרחיף של חלקיקי פוליאתילן כדוריים בקטרים שונים, הצפים בתוך תמיסה צמיגה של מים מזוקקים וגליצרול (ראו איור 1).



איור 1: דיאגרמה של מערכת הניסוי. המערכת מורכבת ממקור אור המאיר על טיפת נוזל ובתוכה חלקיקים, ומהצד השני מצלמה המחוברת למיקרוסקופ מצלמת סרטון של תנועת החלקיקים. בנוסף, קיים בקר טמפרטורה המחובר למשטח עליו יושבת דגימה הנוזל, ואיתו שלטנו בטמפרטורה של הטיפה.

באמצעות המצלמה והתכנה uEye Cockpit, תועדה התנועה הבראונית של החלקיקים בזמן אמת בקצב דגימה קבוע של 9.30fps. תמונה מייצגת מתוך סרטוני המערכת מוצגת באיור 2. לצורך השגת סטטיסטיקה רחבה ובחינת תלות מקדם הדיפוזיה ברדיוס החלקיק a, בוצעו מספר מדידות באזורים שונים של הטיפה שבהם נלכדו חלקיקים בגדלים שונים. משך התיעוד של כל דגימה עמד על כ־2 דקות.



איור 2: תמונה מסרטון שצילמה המצלמה. ניתן לראות חלקיקים כדוריים בגדלים שונים בתוך הנוזל. בנוסף, קיימים חלקיקים שהם לא כדורים מושלמים או איחוד של כמה חלקיקים, והם לא נדגמו לצורך מחקר התנועה הבראונית.

בחלקו השני של הניסוי, נבחנה תלות מקדם הדיפוזיה בטמפרטורת המערכת.לצורך כך, כיוונו את בקר הטמפרטורות לערכים שונים בטווח $5-30°C$. כדי למצוא את הטמפרטורה של הטיפה באופן מדוייק, חיברנו מד טמפרטורה ישירות לזכוכית עליה הייתה מונחת הטיפה.

עיבוד נתונים:

כדי לעבד את הסרטונים השתמשנו בקוד פייתון המבוסס על ספריות עיבוד תמונה. הקוד זיהה בסרטון חלקיקים כדוריים, חילץ את הרדיוס שלהם בפיקסלים ואת המיקום שלהם לאורך זמן בפיקסלים.

כדי להמיר בין פיקסלים ליחידות SI צילמנו סרגל, ומצאנו את יחס ההמרה $0.1438\mu m/px$.

לאחר שקיבלנו מספר סדרות של מיקומי חלקיקים בזמן והרדיוסים שלהם, רצינו לחלץ את המיקום בריבוע הממוצע. לצורך כך לקחנו את סדרת המיקומים של חלקיק אחד וחילקנו אותה ל10 תתי סדרות באורך 12 שניות, והתייחסנו ל10 תתי הסדרות כהרצות שונות של חלקיק באותו הרדיוס. ניתוח זה מוצדק מהנחה שהמערכת שוכחת את תנאי ההתחלה שלה בקצב גבוה ביחס לאורך בזמן של תת הסדרה, שכן מסת החלקיקים וצמיגות הנוזל גבוהה.

לאחר מכן, לכל תת סדרה הגדרנו את מיקום האפס כמיקום ההתחלתי של אותה הסדרה, ואז חישבנו בכל נקודת זמן אחרת את ההעתק בריבוע מנקודת ההתחלה

$$r^2(t) = (x(t) - x(t_0))^2 + (y(t) - y(t_0))^2 \tag{3}$$

כאשר x, y מיקומי החלקיק בצירים המתאימים.

לבסוף, נעזרנו בהנחה הארגודית כפי שהוסברה במבוא, ומיצענו את ריבוע ההעתקים בין כל 10 תתי הסדרות כדי לקבל את ממוצע ריבוע ההעתק של החלקיק.

שגיאות:

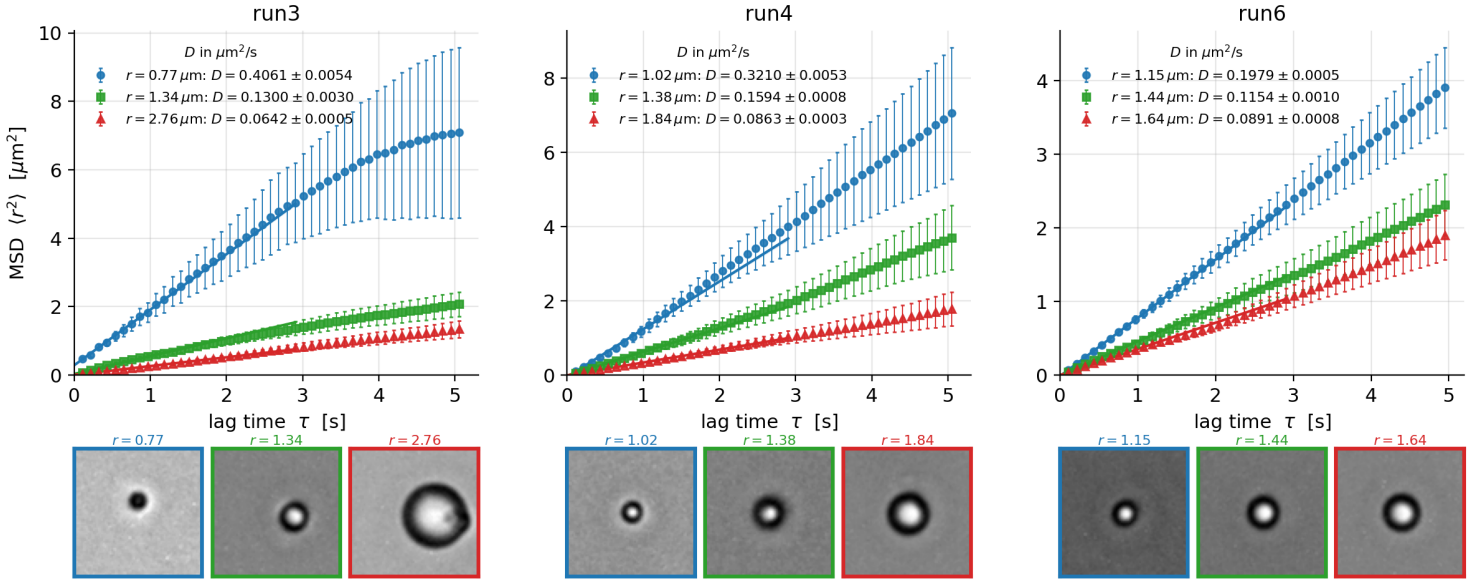
קיימות שגיאות שיטטיות של הערכת רדיוס החלקיק ומיקום החלקיק הנובעות מהדיסקרטיציה של הפיקסלים, והן נכנסו להערכות השגיאות. בנוסף היו שגיאות ברדיוס החלקיק הנבעו מאפקטים אופטיים של מיקום מוקד העדשה ביחס למיקום החלקיק (בציר האנכי למישור התנועה שבחנו של החלקיק).

בנוסף, לעיתים נתקלנו בבעייה שהשפיעה באופן משמעותי, והיא סחף של הנוזל. ייתכן כי זה נבע שהמשטח עליו הונחה הטיפה היה בזווית קלה ולא מקביל לאופק, מה שגרם לנוזל לזוז במרוד השיפוע.

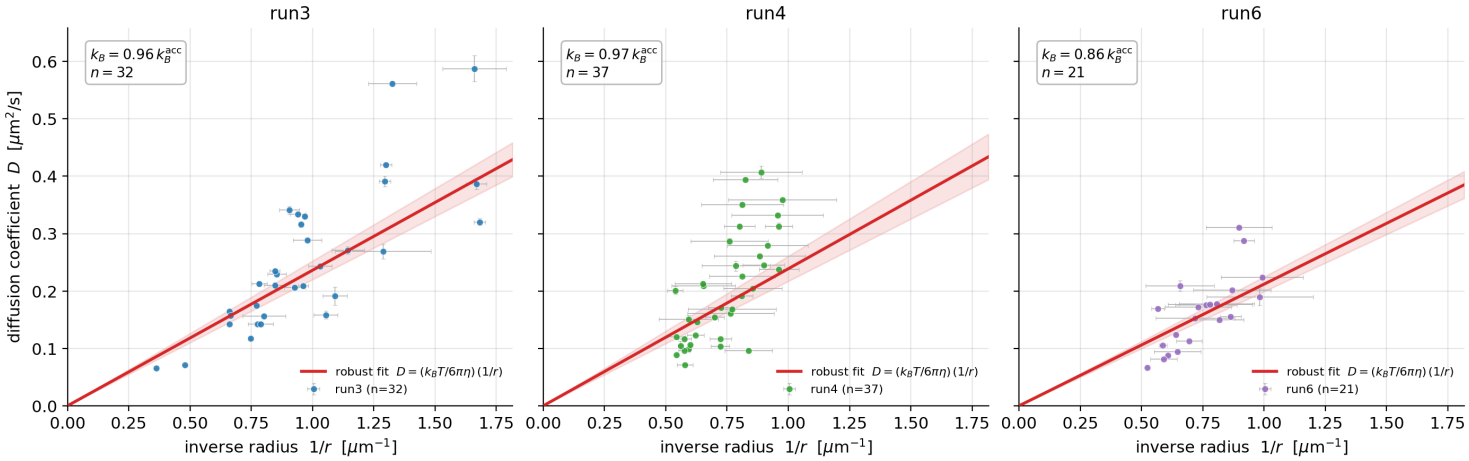
כדי לזהות אפקט זה בוצע חישוב למתואר מעלה, אך בו חישבנו את ההעתק הממוצע $\langle r \rangle (t)$. בהתאם להנחת האיזוטרופיות של המערכת (הכוח הממוצע מתאפס) היינו מצפים שתוחלת ההעתק תנוע סביב האפס. אך במקרים בהם היה סחף, תוחלת ההעתק צפויה לא לנוע סביב האפס, אלה סביב ישר כלשהו, ששיפועו נובע ממהירות הסחף. מתוך כך, יכולנו לחלץ את מהירות הסחף ולחסר אותה מההעתקים שחישבנו, על מנת למזער את אפקט הסחף.

מערכת הניסוי ועיבוד נתונים

ראשית בחנו את ממוצע ריבוע ההעתק של החלקיקים לאורך זמן בטמפרטורת החדר, כפי שרואים באיור 3. מצאנו כי קיימת תלות לינארית ברוב המקרים, וכן כי השיפועים שונים בעבור חלקיקים ברדיוסים שונים, כפי שהיינו מצפים מהנוסחאות שפיתחנו.



איור 3: ממוצע ריבוע ההעתק $\langle r^2 \rangle$ של חלקיקי פוליאתילן כדוריים כתלות בזמן τ. בגרפים השונים מוצגים נתונים מדגימות שונות, ובכל גרף מוצגים שלושה חלקיקים בגדלים שונים מאותה הדגימה. מתחת לגרפים מוצגת תמונה של החלקיקים מהסרטון להמחשה. לגרפים הותאמו המשוואות $\langle r^2 \rangle = 4D\tau + c$ על מנת לחלץ את מקדם הדיפוזיה. האופסט c משקף ארטיפאקטים מתהליך הטראקינג שלנו ואינו נובע מהדיפוזיה עצמה.

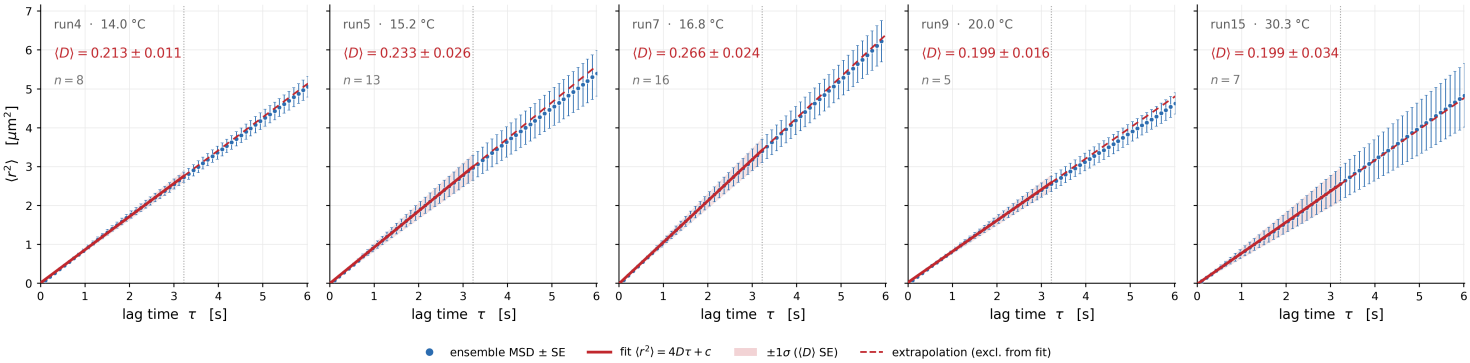


איור 4: מקדם הדיפוזיה D כתלות באחד חלקי רדיוס החלקיקים $\frac{1}{a}$. כל גרף מציג את המקדם שחושב מחלקיקים בדגימות שונות. בקו האדום מותאם מקדם הדיפוזיה $D = (k_BT/6\pi\eta)\,(1/a)$. השיפועים יצאו בהתאמה $(0.236 \pm 0.016, 0.239 \pm 0.022, 0.212 \pm 0.013)$. הפס מסביב לפיט מתאר את סטיית התקן שלו. קבוע בולצמן חולץ מהשיפוע לפי $k_B = 6\pi\eta/T \cdot (\text{slope})$ עבור טמפרטורת החדר $T = 25°$ ובצמיגות מים מזוקקים $\eta = 0.89cP$. מהדגימות קיבלנו את הערכים $k_b \approx (1.33 \pm 0.09) \times 10^{-23}\text{J/K}, (1.34 \pm 0.12) \times 10^{-23}\text{J/K}, (1.19 \pm 0.07) \times 10^{-23}\text{J/K}$. אחוזי ההתאמה ביחס לערך המוכר בספרות של קבוע בולצמן הן $96\%, 97\%, 86\%$ בהתאמה.

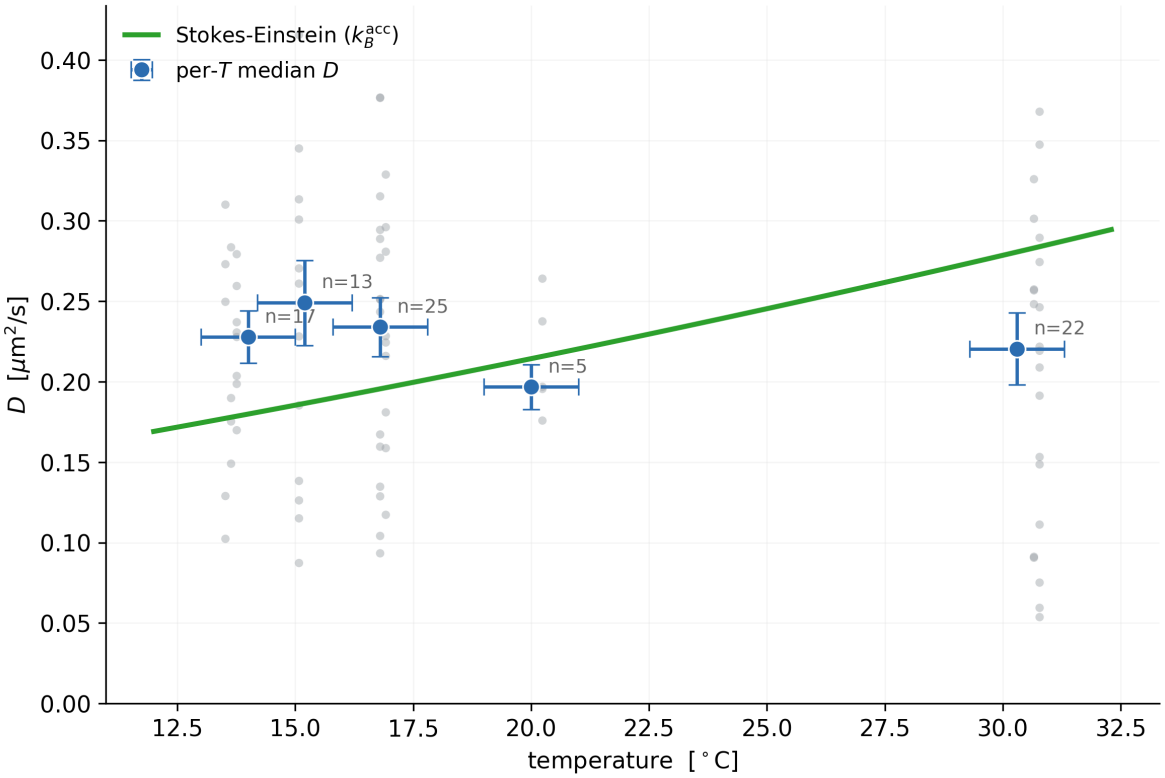
הצעד הבא היה לבחון את התלות של מקדם הדיפוזיה ברדיוס החלקיק. על מנת לקבל תלות לינארית, הצגנו באיור 4 את מקדם הדיפוזיה כתלות באחד חלקי הרדיוס ($\frac{1}{a}$). ניתן לראות כי ברוב המקרים קיבלנו התאמה לינארית בהתאם לנוסחת מקדם הדיפוזיה שהצגנו במבוא.

בנוסף, בעזרת בצמיגות הנוזל $\eta = 0.89cP$ ובטמפרטורת החדר $T = 25°$ יכולנו לחלץ את קבוע בולצמן. קיבלנו את הערכים $k_b \approx (1.33 \pm 0.09) \times 10^{-23}\text{J/K}, (1.34 \pm 0.12) \times 10^{-23}\text{J/K}, (1.19 \pm 0.07) \times 10^{-23}\text{J/K}$, ואחוזי ההתאמה ביחס לערך המוכר בספרות של קבוע בולצמן הן $96\%, 97\%, 86\%$ בהתאמה.

לאחר מכן עברנו לדגימות שנעשו בטמפרטורת שונות. ראשית וידאנו כי עדיין מתקיימת ההתאמה הלינארית לממוצע ריבוע ההעתק של החלקיקים, כפי שרואים באיור 5. קיבלנו התאמה יחסית טובה, למעט הגרף האחרון בו ייתכן שהיו התנגשויות בשולחן עליו הונח המיקרוסקופ, מה שגרם להפרעות.



איור 5: ממוצע ריבוע ההעתק $\langle r^2 \rangle$ של חלקיקי פוליאתילן כדוריים כתלות בזמן τ בעבור טמפרטורות שונות. כל גרף מתאים לדגימה הנעשתה בטמפרטורה שונה המצויינת ליד הגרף. ניתן לראות כי הגרף הכחול שהוא ממוצע ההעתק בריבוע על פני חלקיקים רבים, יחסית מתאים להתאמה הלינארית באדום.



איור 6: מקדם הדיפוזיה D כתלות בטמפרטורת הדגימה. מאחר שמקדם הדיפוזיה תלוי גם ברדיוס החלקיק a, נירמלנו כל חלקיק לרדיוס אחיד $a_{\mathrm{ref}} = 1\,\mu m$ (כלומר הצגנו את הגודל $D \cdot a/a_{\mathrm{ref}}$ שאינו תלוי ברדיוס). כל נקודה כחולה היא חציון מקדמי הדיפוזיה של החלקיקים החופשיים בטמפרטורה נתונה; שגיאת המדידה האנכית היא שגיאת החציון, והאופקית היא אי־הוודאות בטמפרטורה ($\pm 1^\circ C$). הקו הירוק הוא התאמה לסטוקס־איינשטיין $D = k_B T / 6\pi\eta(T)a$ עבור הערך המקובל של קבוע בולצמן, ללא פרמטרים חופשיים. ניתן לראות כי בעוד ההתאמה לסטוקס־אינשטיין עולה בכ־55% בין $14^\circ C$ ל־$30^\circ C$, מקדם הדיפוזיה הנמדד נותר כמעט קבוע. הדבר מצביע על כך שטמפרטורת התמיסה לא הגיעה לערך שאליו כויל התרמומטר, אלא נותרה קרובה לטמפרטורת הסביבה. הסטייה מהקו הירוק בכל טמפרטורה שקולה ליחס k_B/k_B^{acc}.

דיון

מצאנו כי החלקיקים אכן נעו בתנועה בראונית, שכן ההתאמה הלינארית של ממוצע ריבוע ההעתק הייתה טובה (איור 3), וכך גם ההתאמה של מקדם הדיפוזיה לאחד חלקי רדיוס החלקיק (איור 4).

יתר על כן, קיבלנו הערכות טובות מאוד לקבוע בולצמן.